

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008**

**Profil real, specializarea științele naturii**

**BAREM DE CORECTARE - CLASA A XI A**

1.

a) Cum  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{\cos x}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ , iar  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\cos x}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ , înseamnă că  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x}$  nu există ..... 3 p

b)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{x} = \frac{\cos \pi}{\pi} = -\frac{1}{\pi}$  ..... 2p

c) Pentru  $x > 0$ , avem că  $-\frac{1}{x} \leq \frac{\cos x}{x} \leq \frac{1}{x}$ ; trecând la limită după  $x \rightarrow \infty$ , obținem că

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$  ..... 2p

2. Observăm că  $x_n = \ln n \cdot \left( a + b \cdot \frac{\ln(n+1)}{\ln n} + c \cdot \frac{\ln(n+2)}{\ln n} \right)$ , cu primul factor tinzând spre  $+\infty$  și al doilea spre  $a + b + c$ . Dacă  $x_n$  este convergent, în mod necesar vom avea  $a + b + c = 0$  ..... 3p  
 Reciproc, dacă  $a + b + c = 0$ , atunci:

$x_n = a \ln n + b \ln(n+1) - (a+b) \ln(n+2) = a \cdot \ln \frac{n}{n+2} + b \cdot \ln \frac{n+1}{n+2} \rightarrow a \cdot 0 + b \cdot 0 = 0$  ..... 4p

3.

Efectuând câteva ridicări la putere, se observă că  $A^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 3n-1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ; se demonstrează imediat

prin inducție acest fapt ..... 4p

Ecuția  $\begin{pmatrix} 1 & 2008 & 6023 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2007 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  conduce la  $x + 2008y + 6023z = 2007$  și

$2008y + 6024z = 2008$ , de unde  $x = z - 1$ . Apoi, cum  $y + 3z = 1$ , găsim  $y = 1 - 3z$ .

În final,  $X = \begin{pmatrix} z-1 \\ 1-3z \\ z \end{pmatrix}$ , cu  $z \in \mathbb{R}$  ..... 3p

4.

a) Avem 26 coloane etichetate cu o literă și  $26^2$  coloane etichetate cu două litere. Coloana AAA este a  $26 + 26^2 + 1 = 703$  - a coloană ..... 3p

b) De la AAA la AZZ avem 676 coloane, de la BAA la BZZ încă 676 coloane. Astfel, coloana BZZ este a 2054 - a coloană. Dacă ne întoarcem cu  $26 + 26$  coloane, a 2002 - a coloană este BXZ. A 2008 - a coloană va fi etichetată cu BYF ..... 4p